

## Mathematics: Analysis and Approaches

### Charakteristika předmětu

Vyučovací předmět Mathematics: Analysis and Approaches vychází ze vzdělávacího obsahu vzdělávacího oboru Matematika a její aplikace. Předmět se vyučuje v posledních dvou letech studia a navazuje na předmět Matematika. Předmět bude vyučován v anglickém jazyce. Během výuky žáci pracují samostatně i ve skupinách. Hodinová dotace předmětu je dána učebním plánem. V předmětu Mathematics: Analysis and Approaches prohloubí znalost matematických pojmů a běžně používané matematické terminologie v anglickém jazyce. V této fázi studia matematiky je rozvíjeno zejména funkční a abstraktní myšlení. Předmět vede žáky k chápání závislostí mezi veličinami, buduje se pojem funkce. Rozvíjí se schopnost popsat reálné závislosti mezi jistými jevy pomocí funkcí. Žáci se seznámí s různými způsoby reprezentace a vizualizace dat. Osvojí si vytváření matematických modelů a dokážou posoudit míru zjednodušení reálné situace. Dále se žáci v předmětu seznámí se zákonitostmi pravděpodobnosti náhodných jevů, naučí se počítat pravděpodobnost a využívat znalost pravděpodobnosti při rozhodování v reálném životě. Předmět učí žáky číst informace ze statistických souborů a kriticky hodnotit data, hledat závislosti mezi naměřenými veličinami nebo daty získanými statistickým šetřením.

V předmětu je kladen důraz na chápání matematiky jako exaktní a abstraktní vědy, která pracuje s přesně definovanými pojmy a veškeré své závěry dokazuje s použitím matematické logiky. V předmětu jsou žáci vedeni k využití dostupných softwarových nástrojů pro řešení matematických a geometrických problémů a k vizualizaci dat.

**Předmět je vyučován v anglickém jazyce.** Předmět je nabízen ve variantě Higher level (HL) v časové dotaci 5 hodin týdně.

### V předmětu Matematika jsou realizována následující průřezová témata:

OSV – osobnostní a sociální výchova

#### Kompetence k učení

Učitel:

- rozvíjí u žáků logické myšlení správným užíváním matematických pojmů, definováním a charakterizováním pojmů různými způsoby, tříděním pojmů a nalézáním vztahů mezi nimi,
- vede žáky k pochopení, že v matematice nelze přejímat vzorce poučky a postupy jako něco daného, ale jako matematické věty, které je třeba dokázat,
- zařazuje reálné problémy vhodné k matematickému popisu, na jejichž základě prohlubuje u žáků přesvědčení o nezastupitelném významu matematiky pro vědecký výzkum ve všech oblastech lidské činnosti,
- zadáním samostatné práce rozvíjí v žácích schopnost získávat informace z různých informačních zdrojů a tyto informace zpracovávat a vyhodnocovat,
- průběžným formativním i sumativním hodnocením výsledků práce žáků jim umožní posoudit jejich pokroky při učení, ujasnit si obtíže a rezervy své přípravy,
- snaží se zařazovat do výuky rozmanité metody práce s ohledem na různé studijní typy žáků (vizuální, auditivní, kinestetický).

#### Kompetence k řešení problémů

Učitel:

- poukazuje na shodné, podobné a odlišné znaky reálných problémů,
- dbá, aby žáci prováděli rozborů a zápisy algoritmů, při zápisu využívá matematický jazyk a symboliku,
- směřuje k řešení problému nácvikem řešení úloh s postupným stupňováním jejich náročnosti,
- požaduje jasné a jednoznačné zdůvodnění zvoleného postupu pro řešení problému,
- vede žáky k hledání různých metod a postupů řešení téhož problému a k porovnávání efektivnosti těchto metod,
- důslednou spoluprací vede žáka ke správnému vyhodnocení výsledků řešení, poukazuje na různé způsoby a možnosti ověření správnosti výsledku,
- poukazuje na skutečnost, že zpracování výsledků do tabulek, grafů a přehledů může vést k novému pohledu na získané výsledky a jejich význam.

#### Kompetence komunikativní

Učitel:

- vyjadřuje se jasně, přesně, srozumitelně a stručně a totéž vyžaduje od žáků,
- vyžaduje od žáka slovní popis matematizace reálného problému, pojmenování funkcí, které lze užít k matematizaci problému,
- vyžaduje od žáka slovní popis a zdůvodnění použitého postupu,
- vede žáky, aby dokázali zvolit vhodný grafický, číselný nebo tabulkový způsob prezentace dat s ohledem na informaci, která jimi má být předána,
- formou diskuse žáky nutí informace kriticky hodnotit a ověřovat z různých hledisek, ze získaných výsledků vyvozovat závěry,
- metodou rozhovoru podporuje komunikaci mezi žákem a vyučujícím a mezi žáky navzájem.

#### Kompetence sociální a personální

Učitel:

- zadáváním skupinové práce vede žáky ke spolupráci, k respektování zájmu skupiny, k pochopení potřeby efektivní spolupráce,

- poukazuje na uplatnění matematiky v různých oblastech lidské činnosti,
- orientuje žáky s ohledem na jejich schopnosti na různé typy VŠ,
- seznamuje žáky s historickým vývojem matematiky jako součástí kultury a složitého multikulturního vývoje,
- seznamuje žáky s významnými matematiky jako osobnostmi lidských dějin.

### **Kompetence občanské**

Učitel:

- důslednou kontrolou zadaných úkolů motivuje žáky k jejich zodpovědnému plnění,
- povzbuzováním a hodnocením podporuje kreativitu a snahu zlepšit se,
- ukazuje na uplatnění matematiky v různých oblastech praktického života (daně, investice, splátky dluhů),
- ukazuje, že správnou analýzou dat lze čelit nejrůznějším dezinformacím a manipulacím (volební průzkumy, průběh epidemie, sázkové hry a loterie, investiční akce typu letadlo).

### **Kompetence k podnikavosti**

Učitel:

- vyžaduje plnění úkolů v zadaném termínu,
- oznamuje s dostatečným předstihem termíny souhrnných opakování větších tematických celků a tím vede žáky k plánování a rozvržení práce.

vzdělávací oblast	očekávaný výstup podle RVP	školní výstup ŠVP	učivo	vazba a přesahy	poznámky
<b>Matematika a její aplikace – Závislosti a funkční vztahy</b>	Načrtne grafy požadovaných funkcí (zadaných jednoduchým funkčním předpisem) a určí jejich vlastnosti.	Rozumí různým zadáním funkce a používá pojmy: definiční obor, obor hodnot, hodnota funkce v bodě.	funkce – lineární funkce, kvadratická funkce, funkce absolutní hodnota, lineární lomená funkce, mocninné funkce, funkce druhá odmocnina, exponenciální, logaritmické a goniometrické funkce, vztahy mezi goniometrickými funkcemi		
		Stanovuje definiční obory a obory hodnot funkcí,			
		Určuje průsečíky grafu funkce s osami soustavy souřadnic.			
		Rozezná na grafu funkce lokální extrémy a inflexní body.			
		Rozumí pojmu asymptota funkce.			
		Vytváří inverzní funkci k dané funkci, dokáže rozhodnout, za jakých podmínek existuje inverzní funkce.			
		Poznává lineární funkci, načrtne její graf, objasní geometrický význam parametrů $a$ , $b$ v předpisu funkce $y = ax + b$ .		<b>F</b> – rychlost rovnoměrně zrychleného pohybu, Ohmův zákon	
		Chápe přímou úměrnost, jako speciální případ lineární funkce.			
		Určuje předpis lineární funkce z daných bodů nebo grafu funkce.			
		Poznává kvadratickou funkci, načrtne její graf, objasní geometrický význam parametrů $a$ , $b$ v předpisu funkce $y = ax^2 + bx + c$			
		Vysvětlí význam parametrů v předpisu kvadratické funkce,			
		Vypočítá souřadnice bodu, v němž nabývá funkce extrému, určí intervaly monotónnosti.			
		Poznává lineární lomenou funkci, určuje její definiční obor a obor hodnot, intervaly monotonie. Asymptoty.			
		Chápe nepřímou úměrnost, jako speciální případ lineární lomené funkce.			
		Načrtne graf mocninné funkce s celým exponentem.		<b>F</b> – gravitační zákon, Coulombův zákon	



	Aplikuje vztahy mezi hodnotami exponenciálních, logaritmických a goniometrických funkcí a vztahy mezi těmito funkcemi.	Vypočítá logaritmus čísla při různých základech. Užívá vlastnosti logaritmů k numerickým výpočtům Řeší jednoduché exponenciální a logaritmické rovnice. Užívá vztahy mezi goniometrickými funkcemi a řeší jednoduché goniometrické rovnice.			
	Modeluje závislosti reálných dějů pomocí známých funkcí.	Popisuje exponenciální funkcí reálné děje například radioaktivní rozpad, nabíjení a vybíjení kondenzátoru, růst biologické populace Využívá logaritmickou stupnici v praxi například u stanovení hladiny intenzity zvuku. Dokáže popsat kmitavý pohyb pomocí funkce sinus.			
<b>Matematika a její aplikace – Číslo a proměnná</b>	Provádí operace s mocninami a odmocninami	Pracuje s mocninami s celočíselným a racionálním exponentem.	rovnice a nerovnice – lineární rovnice, nerovnice a jejich soustavy, kvadratická rovnice, rovnice a nerovnice s absolutní hodnotou, logaritmické, exponenciální a goniometrické rovnice		
	Řeší lineární a kvadratické rovnice a nerovnice, řeší soustavy rovnic, v jednodušších případech diskutuje řešitelnost nebo počet řešení.	Řeší početně a graficky soustavu lineární a kvadratické rovnice.			
	Geometricky interpretuje číselné, algebraické a funkční vztahy, graficky znázorňuje řešení rovnic, nerovnic a jejich soustav.	Na základě poznatků o funkcích graficky znázorňuje řešení rovnic, nerovnic, soustav.			
	Analyzuje a řeší problémy, v nichž aplikuje řešení lineárních a kvadratických rovnic a jejich soustav.	Na základě poznatků o lineární a kvadratické funkci dokáže matematizovat reálný problém.			
<b>Matematika a její aplikace – Geometrie</b>	V úlohách početní geometrie aplikuje funkční vztahy, trigonometrii a úpravy výrazů, pracuje s proměnnými a iracionálními čísly.	Dokáže aplikovat v rovinných i prostorových útvarech sinovou a cosinovou větu. Řeší úlohy z praktické trigonometrie, používá pojmy hloubkový a výškový úhel, azimut.	Trigonometrie – trigonometrie obecného trojúhelníku	<b>GG</b> – geodézie a kartografie, navigace <b>OSV</b> – <i>seberegulace, organizační dovednosti a efektivní řešení problémů</i>	
	Na základě vlastností třídí útvary, určuje vzájemnou polohu	V prostorových útvarech dokáže pomocí trigonometrických metod vypočítat vzdálenost	Geometrie v prostoru – polohové a metrické vlastnosti; základní tělesa,		

	lineárních útvarů, vzdálenosti a odchylky.	bodu od přímky a roviny, vzdálenost dvou přímek a vzálenost dvou rovin. V prostorových útvarech dokáže pomocí trigonometrických metod vypočítat odchylku dvou přímek, odchylku přímky od roviny a odchylku dvou rovin.	povrchy a objemy, volné rovnoběžné promítání		
	Řeší planimetrické a stereometrické problémy motivované praxí.	Dokáže reálná tělesa rozložit na jednodušší geometrické objekty. Dokáže použít vzorce pro objem a povrch kvádru, krychle, hranolu, jehlanu, válce, kužele a koule při výpočtu objemu a povrchu složených těles.			
<b>Matematika a její aplikace – Závislosti a funkční vztahy</b>	Řeší aplikační úlohy s využitím poznatků o funkcích a posloupnostech.	Určuje posloupnost graficky (v kartézské soustavě souřadnic i na číselné ose), výčtem prvků.	posloupnost – určení a vlastnosti posloupností, aritmetická a geometrická posloupnost		
		Určuje posloupnost rekurentně a vzorcem pro $n$ -tý člen.			
		Dokáže charakterizovat, za jakých podmínek lze posloupnost považovat za aritmetickou případně geometrickou.			
		Vysvětlí význam diference a kvocientu. Dokáže na základě těchto koeficientů rozhodnout, zda je posloupnost rostoucí nebo klesající.			
		Dokáže sečíst zadaný počet členů aritmetické případně geometrické posloupnosti.			
		Řeší praktické úlohy s použitím znalostí o vlastnostech aritmetické a geometrické posloupnosti.			
	Interpretuje z funkčního hlediska složené úrokování, aplikuje exponenciální funkci a geometrickou posloupnost ve finanční matematice.	Vypočítá reálnou hodnotu investice při určité hodnotě úrokové sazby. Vypočítá reálnou hodnotu investice při určité hodnotě úrokové sazby a určité hodnotě inflace. Vypočítá splátku dluhu.			<b>OSV – seberegulace, organizační dovednosti a efektivní řešení problémů</b>
<b>Národní hospodářství a</b>	vysvětlí podstatu inflace a její důsledky na příjmy obyvatelstva, vklady a úvěry, dlouhodobé	Vypočítá reálnou hodnotu investice při určité hodnotě úrokové sazby.			

<b>úloha státu v ekonomice</b>	finanční plánování a uvede příklady, jak se důsledkům inflace bránit.	Vypočítá reálnou hodnotu investice při určité hodnotě úrokové sazby a určité hodnotě inflace.			
<b>Finance</b>	Navrhne způsoby, jak využít volné finanční prostředky (spoření, produkty se státním příspěvkem, cenné papíry, nemovitosti aj.), vybere nejvýhodnější produkt pro investování volných finančních prostředků a vysvětlí proč.	Vypočítá reálnou hodnotu investice při určité hodnotě úrokové sazby.			
	Vybere nejvýhodnější úvěrový produkt s ohledem na své potřeby a zdůvodní svou volbu, posoudí způsoby zajištění úvěru a vysvětlí, jak se vyvarovat předlužení.	Vypočítá reálnou hodnotu investice při určité hodnotě úrokové sazby a určité hodnotě inflace.			
	Vypočítá splátku dluhu.				
<b>Matematika a její aplikace – Práce s daty, kombinatorika a pravděpodobnost</b>	Řeší reálné problémy s kombinatorickým podtextem (charakterizuje možné případy, vytváří model pomocí kombinatorických skupin a určuje jejich počet).	Rozpozná kombinatorické skupiny (variace, permutace a kombinace bez opakování).	kombinatorika – elementární kombinatorické úlohy, variace, permutace a kombinace (bez opakování), binomická věta, Pascalův trojúhelník		
		Dokáže vypočítat faktoriál čísla a kombinační číslo a užívá tyto výpočty k určení počtu kombinací variací a permutací.			
		Počítá a upravuje výrazy s faktoriály a kombinačními čísly, pro efektivní výpočty využívá vlastností faktoriálů a kombinačních čísel.			
		Řeší jednoduché kombinatorické úlohy užitím kombinatorických pravidel součtu a součinu.			
		Zná pojmy binomická věta a Pascalův trojúhelník. Chápe vztah mezi čísly v Pascalově trojúhelníku a koeficienty v binomickém rozvoji.			
		Aktivně ovládá binomickou větu. Dokáže pomocí binomické věty umocnit dvojčlen.			
	Využívá kombinatorické postupy při výpočtu pravděpodobnosti, upravuje výrazy s faktoriály a kombinačními čísly.	Počítá a upravuje výrazy s faktoriály a kombinačními čísly, pro efektivní výpočty využívá vlastností faktoriálů a kombinačních čísel.	pravděpodobnost – náhodný jev a jeho pravděpodobnost, pravděpodobnost sjednocení a průniku jevů,		
		Používá pojmy náhodný jev, jistý jev, nemožný jev, opačný jev, nezávislost jevů, sjednocení a průnik jevů.			

		Dokáže aplikovat vzorec pro pravděpodobnost náhodného jevu. K určení počtu příznivých a počtu možných výsledků náhodného jevu používá kombinatorické postupy.			
		Vypočítá pravděpodobnost sjednocení nebo průniku dvou jevů a pravděpodobnost doplňkového jevu.			
		V jednoduchých případech určí podmíněnou pravděpodobnost.			
	Diskutuje a kriticky zhodnotí statistické informace a daná statistická sdělení.	Vysvětlí co je to statistický soubor a statistický znak Dokáže určit četnost a relativní četnost nějaké veličiny ve statistickém souboru.	práce s daty – analýza a zpracování dat v různých reprezentacích, statistický soubor a jeho charakteristiky (vážený aritmetický průměr, medián, modus, percentil, kvartil, směrodatná odchylka, mezikvartilová odchylka)		
		Pro interpretaci a hodnocení dat používá charakteristiky statistického souboru – aritmetický a vážený průměr, medián, modus, percentil, kvartil,			
		Používá rozptyl, směrodatnou odchylku případně mezikvartilovou odchylku k anlyze variability dat			
		K výpočtu charakteristik statistického souboru efektivně využívá výpočetní techniku			
	Volí a užívá vhodné statistické metody k analýze a zpracování dat (využívá výpočetní techniku).	Dokáže v jednoduchém případě proložit naměřenými hodnotami regresní přímkou.			
		S použitím výpočetní techniky provádí fitování naměřená data různými funkcemi.			
	Reprezentuje graficky soubory dat, čte a interpretuje tabulky, diagramy a grafy, rozlišuje rozdíly v zobrazení obdobných souborů vzhledem k jejich odlišným charakteristikám.	Volí vhodně různé grafické způsoby pro prezentaci dat, používá sloupcový, výsečový, kumulativní, krabicový graf případně histogram, či jiné druhy grafů.			
		Čte a interpretuje tabulky, diagramy a grafy, dokáže z nich vyčíst charakteristiky statistického souboru.			